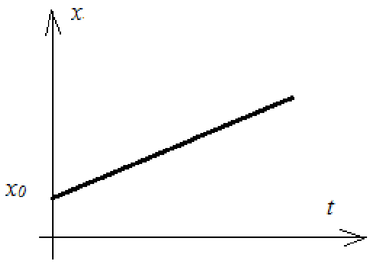
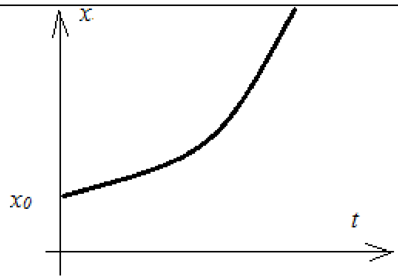
Probleme Mecanica 1

Relatii folosite:

Cinematica:

Tip de miscare / Marime	Miscare Rectilinie Uniforma (MRU), v=constant	Miscare Rectilinie Uniform-Variata (MRUV), a=constant	Miscare Circulara Uniforma (MCU) ω=constant
viteza	$v(t) = v_0$ (1.1)	$v(t) = v_0 + at$ (1.3)	$v(t) = \omega r$ (1.5)
Distanta parcursa	$x(t) = x_0 + v_0 t$ (1.2)	$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ ...(1.4)	La curs
Grafic			La curs

Probleme rezolvate sau cu raspunsuri complete.

1.1. Un mobil parcurge distanta de 108 km in 3 ore. Calculati viteza medie (definitie) in km/h si in m/s.

Rezolvare: cu (1.2)

$v = \frac{d}{t} = \frac{108}{3} = 36$ km/h. $\quad v = \frac{108\,\text{km}}{3\,\text{h}} = \frac{108}{3}\frac{\text{km}}{\text{h}}\frac{\text{m}}{\text{m}}\frac{\text{s}}{\text{s}} = \frac{108}{3}\frac{\text{km}}{\text{m}}\frac{\text{m}}{\text{s}}\frac{\text{s}}{\text{h}} = 36 \times \frac{1000\,\text{m}}{1\,\text{m}}\frac{\text{m}}{\text{s}}\frac{1\,\text{s}}{3600\,\text{s}} = 10\,\text{ms}^{-1}$

1.2. In cat timp parcurge distanta de 72 km un automobil care merge cu viteza constanta de 15 m/s ?

Rezolvare: cu (1.2) $t = \frac{d}{v} = \frac{72000\text{ m}}{15\text{ ms}^{-1}} = 4800\text{ s} = 1\text{h }20\,\text{min}$.

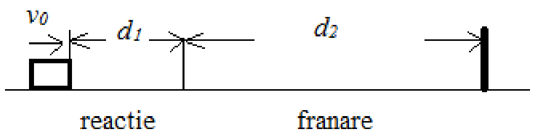
Ce greseli se fac in urmatorul calcul ? $t = \frac{d}{v} = \frac{72}{15} = 4,8$? *R*: nu se lucreaza consecvent in SI, rezultatul n-are UM.

1.3. Este imposibil ca un om sa stranute fara sa inchida ochii. Presupuneti ca un sofer care se deplaseaza cu 144 km/h stranuta si inchide ochii timp de 1 secunda. Ce distanta parcurge masina sa in acest timp ?

R: $d=vt_{str}$=40 m.

●**1.4.** Dupa ce deschide ochii in urma stranutului, soferul din problema 1.3. observa un obstacol neprevazut aflat la o distanta de 150 de metri. Soferul are un timp de reactie de 0,8 s dupa care franeaza cu o deceleratie de 5 ms^{-2}. Accidentul este evitat sau nu ?

Rezolvare: situatia este prezentata in figura:



Pana cand reactioneaza si pune frana MRU, $d_1=v_0t_r=40\cdot 0{,}8=32$ m. Pentru a afla distanta de franare folosim (1.3), cu viteza finala nula: $v_f=0=v_0-at_{opr}$, deci $t_{opr}=\frac{v_0}{a}=\frac{40}{5}=8$ s. In acest timp mobilul are o MRUV, folosim relatia (1.4): $d_2=v_0t_{opr}-\frac{a{t_{opr}}^2}{2}=\frac{v_0^2}{2a}=\frac{40^2}{2\cdot 5}=160$ m.

Dupa observarea obstacolului, mobilul mai parcurge o distanta de 192 m. Masina izbeste obstacolul si se produce accidentul.

Observatii: a). Accidentul s-ar fi produs si daca soferul ar fi reactionat instantaneu (ceea ce ar insemna $d_1=0$, lucru imposibil). ○

●●b). Puteti calcula viteza cu care masina loveste obstacolul ? Gasim simplu rezultatul folosind relatia lui Galilei (v. cap. dinamica), sau, mai laborios, folosind relatiile (1.3) si (1.4). Rezultatul este $v_2\cong 20{,}5$ m/s$\cong 74$ km/h. La aceasta viteza accidentul este fatal.

c). Cu ce viteza ar fi trebuit sa se deplaseze automobilul pentru a putea opri in fata obstacolului ? $v_0'^2=2ad_2$ deci $v_0'=\sqrt{2ad_2}=\sqrt{2\cdot 5\cdot 118}\approx 34{,}35$ m/s $\approx 123{,}7$ km/h. ○○

1.5. Un automobil parcurge o distanta de 100 km in 2,5 h. Mobilul pleaca din repaus, accelereaza, incetineste, se opreste la semafoare, etc. Se poate vorbi despre o *viteza medie* in timpul miscarii? Daca da, calculati-o.

R: $v_{medie}=40$ km/h

●**1.6.** Un mobil parcurge o jumatate din drumul sau cu viteza de 20 km/h si cealalta parte cu viteza de 54 km/h. Calculati viteza medie.

Rezolvare: Eroare obisnuita: $v=(v_1+v_2)/2=37$ km/h. Notam cu t_1 si cu t_2 intervalele de timp in care mobilul parcurge cele doua jumatati ale drumului: $\frac{d}{2}=v_1t_1$, $\frac{d}{2}=v_2t_2$. Durata totala a miscarii este $t_{tot}=t_1+t_2=\frac{d}{2v_1}+\frac{d}{2v_1}$. Viteza medie este $v_{medie}=\frac{d}{t_{tot}}=\frac{d}{d\left(\frac{1}{2v_1}+\frac{1}{2v_2}\right)}=\frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}\right)}\approx 29{,}2$ km/h. ○

Generalizare: gasiti o generalizare impartind drumul in 3, 4, ..., *n* portiuni egale.

●●●**1.7.** Un turist urca pe jos de la Busteni la cabana Babele. Pleaca la ora 10,00, merge mai repede sau mai incet, se opreste sa faca poze si sa admire privelistea, face o pauza mai mare ca sa manance, se intoarce sa-si ia caciula pe care o uitase si ajunge la cabana la ora 17,00. A doua zi coboara, plecand de la Babele la ora 10,00 si ajungand in Busteni la ora

17,00. Coborarea se face tot cu opriri, intoarceri scurte, etc. Sa se arate ca in timpul celor doua calatorii exista cel putin un loc in care calatorul s-a aflat la aceeasi ora si la suis si la coborare. ○○○

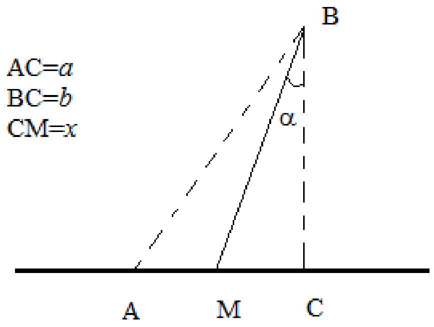
1.8. Un tren lung de 200 m trece pe un pod de lungime 300 m cu viteza de 72 km/h. Sa se afle durata traversarii podului.

1.9. Un automobil pleaca din Bucuresti spre Pitesti cu viteza de 110 km/h. In acelasi momen, din Pitesti spre Bucuresti pleaca un camion cu viteza de 90 km/h. Dupa cat timp si la ce distanta de jumatatea drumului se intalnesc cele doua vehicule ? (*date insuficiente – distanta dintre orase este de 110 km*).

R: dupa 0,55 h=33 min; la 60,5 km de Bucuresti, adica la 5,5 km km de mijloc, spre Pitesti.

1.10. Din acelasi punct pleaca in aceeasi directie doua automobile, primul cu viteza de 80 km/h, al doilea dupa jumatate de ora, cu viteza de 100 km/h. Dupa cat timp si la ce distanta de punctul de plecare se intalnesc vehiculele ?

●●**1.11.** Un om aflat pe malul unui lac in punctul A trebuie sa ajunga cat mai repede in punctul B aflat in apa. Marimi cunoscute: viteza omului pe mal v_1, viteza omului in apa $v_2<v_1$, distantele AC=a si BC=b. Cum procedeaza omul ?



Rezolvare: omul alearga pe mal pana in punctul M si apoi inoata pe portiunea MB. Notam MC=x. Durata miscarii este $t(x)=\frac{a-x}{v_1}+\frac{\sqrt{b^2+x^2}}{v_2}=\frac{v_2(a-x)+v_1\sqrt{b^2+x^2}}{v_1v_2}$ (ce UM are functia $t(x)$?). Calculam derivata $t'(x)=\frac{-1}{v_1}+\frac{x}{v_2\sqrt{b^2+x^2}}$ (verificati UM). Minimul se gaseste anuland derivata, ceeace se intampla in punctul $x_{\min}=\frac{bv_2}{\sqrt{v_1^2-v_2^2}}$. Puteti calcula timpul minim ?

Observatii: a). S-ar putea ca x_{min} sa fie mai mare decat a. Atunci omul se arunca in apa si inoata direct spre B.

b). Calculam $\sin\alpha_{\min}=\frac{x_{\min}}{\sqrt{b^2+x_{\min}^2}}=\frac{v_2}{v_1}$. Discutie. ○○

●**1.12**. Automobilul 1 se deplaseaza cu 108 km/h la 50 m in spatele automobilului 2 a carui viteza este de 90 km/h. Din fata se apropie automobilul 3 cu viteza de 30 m/s. Ce distanta trebuie sa existe initial intre automobilele 1 si 3, pentru ca mobilul 1 sa poata depasi in siguranta si sa intre la 50 m in fata automobilului 2 ? In momentul final al depasirii distanta dintre mobilele 2 si 3 trebuie sa fie de cel putin 100 m. Neglijam lungimile vehiculelor. Pentru schimbarile de directie mobilul 1 pierde 2 s.

Indicatie : desenati pozitiile initiala si finala ale manevrei si notati pe figuri distantele.

R : 1,46 km. ○

Intrebare : ce poate face soferul mobilului 1 pentru ca depasirea sa fie mai sigura ?

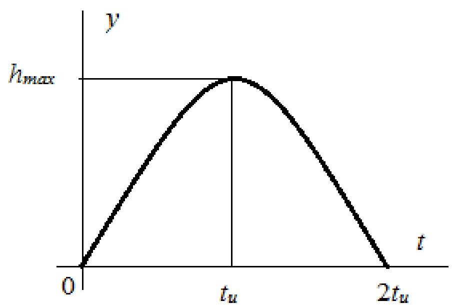
1.13. Greutatea unui corp pe Pamant este de 245 N, iar pe Luna de 40 N. g=9,8 m/s^2. Calculati constanta gravitationala pe Luna.

R: g_L=1,6 m/s^2.

1.14. Se arunca o piatra vertical in sus cu viteza initiala v_0=15 m/s. La ce inaltime ajunge si dupa cat timp se intoarce pe sol ? (g=10 ms^{-2}). Grafic.

Rezolvare: $v(t) = v_0 - gt,\quad y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Piatra ajunge la inaltimea maxima cand viteza ei se anuleaza, in timpul de urcare $t_u = \frac{v_0}{g}$ =1,5 s. Inaltimea maxima este $h_{\max} = y(t_u) = \frac{v_0^2}{2g} = 11{,}25\ \text{m}$. Piatra se intoarce pe sol dupa o durata egala cu $2 \times t_u = 3\ \text{s}$.

Reprezentare grafica.

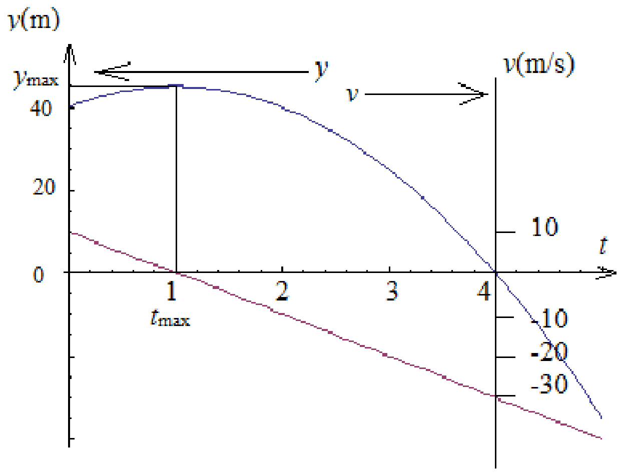


1.15. Un corp este lansat vertical in sus cu v_0=10 m/s dintr-un turn inalt de 40 m. Cum variaza viteza corpului si inaltimea sa deasupra solului in timpul miscarii ? (g=10 ms^{-2}).

Rezolvare: $v(t) = v_0 - gt,\quad y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, devin in cazul particular al problemei $v(t) = 10 - 10t,\quad y(t) = 40 + 10t - 5t^2$. Reprezentam grafic – o dreapta si o parabola.

Mai intai tabelul de variatie, pentru 0<t<4 (s): (se vede ca nu e nevoie de alte valori)

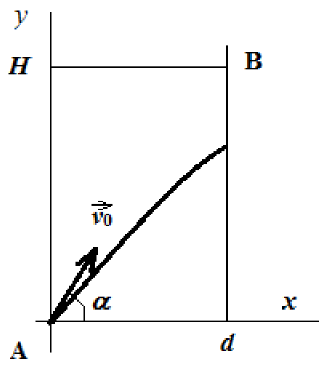
t (s)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
v (m/s)	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30
y (m)	40	43,75	45	43,75	40	33,75	25	13,75	0



Viteza este pozitiva pentru $t<t_{max}$=1 s, adica este indreptata in sensul axei *Oy* (in sus). In momentul $t=t_{max}$ viteza se anuleaza, deci corpul ajunge la inaltimea maxima y_{max}=45 m. In continuare viteza devine negativa (in sens opus axei *Oy*, deci in jos), iar corpul cade liber spre sol.

Observatie: graficul reprezinta <u>inaltimea in functie de timp</u>. Toata miscarea are loc pe verticala.

●●**1.16.** Din punctul A de pe sol se lanseaza cu viteza initiala v_0 un corp, sub unghiul α fata de orizontala. In acelasi moment, dintr-un turn de inaltime *H*, aflat la distanta *d* fata de punctul A, se lasa sa cada liber un alt corp (figura). Discutati conditiile in care cele doua corpuri se intalnesc in aer. Aplicatie numerica: $H/d=\sqrt{3}$.



Folosim rezultatele din Anexa matematica 1:

$$\begin{cases} x_A = v_0 t \cos\alpha \\ y_A = v_0 t \sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_B = d \\ y_B = H - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Conditiile de intalnire sunt: $x_A = x_B$ si $y_A = y_B$, sau $v_0 t \cos\alpha = d$ si $v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = H - \frac{gt^2}{2}$. Rezulta conditia de intalnire $\tan\alpha = H/d$.

Aplicatie numerica: *H/d*=$\sqrt{3}$, deci *α*=60º. ○○